

新北市立竹圍高級中學國中部

張綺真／新北市立竹圍高級中學視覺藝術科教師

壹、前言

新北市立竹圍高級中學於民國 101 年由竹圍國中改制成完全中學，成為淡水地區第一所公立高中。學校在既有的多元課程中同時也以「藝術」為學校重點發展核心目標，期待成為新北市極具特色的「藝術高中」。竹圍高中改制前，就已經是新北市國教輔導團國中藝術與人文領域的召集學校，新北市國中藝術與人文領域輔導小組主責全市國中藝文課程的政策宣導與課程轉化、到校輔導以教學演示或專題分享討論、進行教學研究課例研發，以及建構專業課程教學平臺等工作。故在今年度本校有幸參與跨領域美感教育實驗課程的基地學校之一。

本實驗課程在 103 學年度上學期連結了視覺藝術與綜合領域家政科，以「食色幸也」單元揭開跨領域美感教育實驗課程的序幕：本校七年級學生也在這個單元中

分別在視覺藝術課所學到的色彩學基礎概念與家政科的食物營養和食物設計。而本學期更嘗試了在國中八年級的數學科進行實驗，學習黃金比例、黃金分割的數值由來到鑑賞從藝術品、生活視覺識別系統所呈現的比例之美。本校這篇以數學學科知識探究比例之美的「黃金比例・黃金演繹」教案主要希望學生能瞭解何為黃金比例的定義，進而如何尋找生活中的黃金比例與黃金比例在生活中的重要性。課程初探黃金比例與黃金矩形的關係，除了辦理數學盃選美大賽由學生學習黃金比值的運算，再透過攝影鑑賞與實作讓學生學習到分析及應用黃金分割法構圖的方法。本教案於任課的班級實施為竹圍高中國中部共計 3 班實踐，其中包括施教者蘇德芳老師的導師班級。課程於 5 月中旬開始實施，共四節課。課程實施模式採用資訊融入教學，並進行兩人一組的分組合作學習，以數學中的模式（pattern）之美—比例為核心，在課程中探討幾何圖形之美、黃金矩形中的黃金比例、黃金分割以及黃金比例攝影構圖，設計生活化的實作使學生學會計算並應用。

貳、課程設計理念

對於科學家而言，理論模型的美感大多是來自於數學美，而數學美感較之理論中其他的美感要素，具有相對客觀的性質。「比例」（proportion）可以解釋為整

體形式的部分與部分之間，或部分與整體之間的完美關係。更明確的說，整體形式中一切有關數量的條件，如長短、大小、粗細、厚薄、濃淡、輕重等，在搭配恰當的原則下，並能合乎一定數量關係即能產生優美視覺感受。如希臘美學家所倡導的 1：7（七頭身）或 1：8（八頭身）的人體比例，以及矩形長寬的黃金比等都是「比例」的例子。比例的構成條件頗為微妙，在組織上含有濃厚的數理關係，在感覺上流露出恰到好處的完美形態。數學上的級數和比例都是構成優美比例形式的主要基礎，但是在藝術的表現中，比例在形式上所呈現的不是機械的反應，而是視覺的自然感覺。以下架構圖示分別為課程概覽圖以及知識建構圖（表 1）。

參、課程實施歷程

一、課前課程研發期

課程研發初期，數學科與視覺藝術科實驗教師首先針對如何讓學生學會用數學的眼睛與手法拍出照片做了討論，首先設定以學生的生活範圍來作為拍攝照片的場域，於是邀請淡水地區從事淡水文化導覽等文史工作（圖 1-2），並經營淡水漁業文化影像館展出個人獨具風格淡水黑白攝影作品的程許忠老師（阿忠哥）帶領走

表 1 黃金比例・黃金演繹課程架構、教學概覽表

主題	黃金比例・黃金演繹		
找出攝影作品中 目標的幾何圖形。	瞭解並運算出生 活中的黃金比 例。	拍出符合黃金分 割的人像攝影構 圖。	
時間	3-5 節課		
子題	數學眼看照片	數學盃選美大會	觀景窗內有黃金
主要 教學 活動	1. 學生找出一張 自己最欣賞的 照片。	1. 黃金比例是甚 麼？	1. 說明攝影技術 中的黃金分割 與幾何構圖。
	2. 找出照片中的 數學元素。	2. 黃金比例如何 計算？	2. 黃金分割井字 構圖的作圖步 驟與分析。
教學 概念	3. 解構照片中的 幾何圖形。	3. 從名畫到近代 生活中找出黃 金矩形的蹤 影。	3. 學生自製黃金 分割觀景窗貼 拍照並以數學 語彙公開發表。
	1. 小組教學策 略。	1. 多元智慧教學 策略。	1. 實作取向教學 法。
	2. 實務鑑賞與導 賞教學。	2. 資訊媒體融入 教學。	2. 資訊媒體融入 教學。
	3. 融合實作與知 識概念。	3. 融入時事和生 活議題。	3. 任務型策略： 練習性策略。

訪淡水巷弄，並指導捕捉最美的瞬間與構圖的原理。

二、課中協同教學期

為了能在教學中導入更多生活化的例子引起學習動機，團隊再度邀請同時擔任本計畫諮詢委員，國立臺灣



圖 1 104 年 3 月 20 日程許忠老師於淡水河畔指導「黃金比例工作坊」成員攝影構圖教學



圖 2 104 年 4 月 10 日國立臺灣師範大學數學系謝佳叡教授與數學領域教師講授「生活中的數學，數學中的美學」

師範大學數學系的謝佳叡教授來擔任「原來，數學可以這麼美，而我們離數學這麼近！」的講者，謝教授豐富的舉證確實開闊了大家的眼界，也點燃了現場教師們熱忱靈感（圖 3）。

實驗課程團隊在進行課程研發過程中，考慮到教學順序應該先讓學生理解「黃金比例」的數學原理，才能設計符應教學目標的實作內容。於是在課程主架構還是在攝影鑑賞實作的原則下，先從學生挑選照片的眼光下手，從中找出數學的元素，之後導入「黃金比例」的概念，學生從測量身高、臉部各數值後能算出與黃金比值的差距。

三、課程實踐期

自 104 年 5 月起，蘇德芳老師所任數學課的班級開始實施「黃金比例 黃金演繹」的課程，因為蘇教授在



圖3 學生的學習心得分享

近年來實施學習共同體協同學習教學理念的經驗，已經在自己的課堂上訓練出兩兩一組（pair）的小組學習默契，所以在學生已經有穩定的學習氛圍情況下，實施以下的課程：

第一堂

準備活動：（學生）挑選或拍一張自己最滿意的照片，將挑選的照片寄到老師的信箱，或繳交檔案。

引導活動：針對同學繳交的照片老師從中挑選幾張特別的，請同學利用數學的語言和角度去說明為何喜歡這張照片。

發展活動：介紹照片中的幾何構圖 1. 矩形 2. 圓形 3. 三角形 4. 弧形 5. 對稱 6. 平行（圖 4）。



圖 4 照片構圖

綜合活動：檢視同學所繳交的作業，在照片的構圖中是否具有幾何的構圖呈現。

課後活動：以人像為主題，繳交一張照片。可以是同學，

也可以是親人、朋友，更可以自拍。但照片中只能有一個人。

第二堂

準備活動：（教師）投影片，（學生）事先測量記錄自己的身高。

引導活動：1. 請同學在學習單上畫出一個自己認為最美的長方形。2. 利用直尺量出該長方形的長和寬並算出長寬比。3. 利用數學的語言和鄰座同學分享自己為什麼認為它最美？4. 老師問：有沒有同學被鄰座同學說服了？因為他的說明之後你喜歡上他的矩形？（請同學分享）5. 投影片上三個矩形哪一個最接近你所畫出來的矩形？將代號填寫在學習單中，並進行表決。

發展活動：1. 提問：有沒有最美的矩形存在？2. 介紹黃金矩形。3. 說明何謂黃金比例？如果把一條線段分成長、短兩段，而且「全長：長段 = 長段：短段」，這個比例稱為「黃金比例」。利用之前學過的比與比例式的概念及公式法解一元二次方程式求出黃金比例的比值 $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ 。黃金比例的應用：在商業 logo 設計有 TOYOTA、NATIONAL

GEOGRAPHIC、iCloud、Pepsi、Apple logo 等。在藝術上有李奧納多·達文西的油畫《蒙娜麗莎的微笑》、《維特魯威人》、讓·弗朗索瓦·米勒《拾穗》等。在建築上有巴黎埃菲爾鐵塔、巴黎凱旋門等。在商品上的設計，像是 Canon IXUS 等。

- 綜合活動：1. 介紹人體中的黃金比例（圖5）。人體（總身高）的黃金分割點就在肚臍。臉部（總面長）的黃金分割點在眼睛。眼至下巴的黃金分割點在鼻孔位置。2. 測量實作：請同學兩兩一組，利用捲尺和 30 公分直尺，互相測量出下列的數據：肚臍到腳底、臉長（髮際線）、眼睛到下巴、鼻孔到下巴，並依照表格試算出各組的比值。3. 將比值 A、B、C

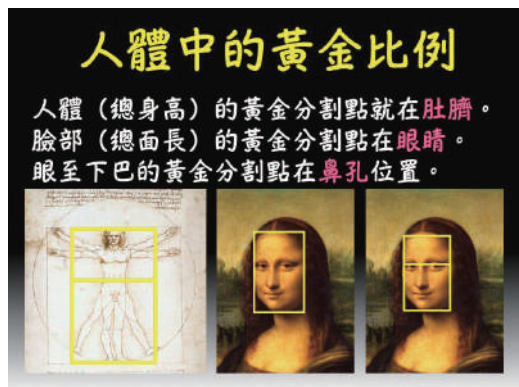


圖5 人體的黃金比例

相加取平均值到小數點第二位(表2、圖6)。從全班同學中選出最接近黃金比值 1.6182 的同學，他即是本班數學盃選美的第一名，公開表揚。

課後活動：請同學回家試算，如何透由鞋子的高度，讓自己的比值 A 可以更接近黃金比例？

表 2 人體黃金比例表

A	公分	B	公分	C	公分
身高		臉長 (髮際線)		眼睛到下巴	
肚臍到腳底		眼睛到下巴		鼻孔到下巴	

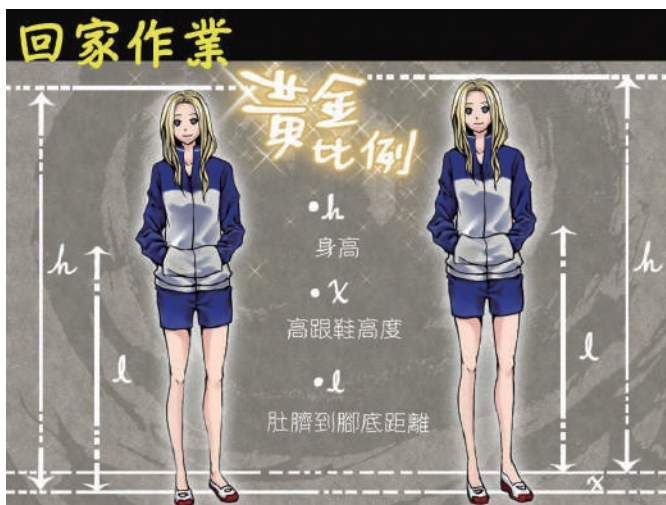


圖 6 回家作業：黃金比例

第三堂

準備活動：（學生）1. 完成前一堂課的作業。2. 測量自己拍照螢幕顯示器或是手機螢幕的長和寬。

引導活動：檢討回家作業。如何能更快速的算出自己所需要的鞋子高度？

若身高 = h ，肚臍到腳底的距離 = l ，設鞋子的高度 = x

透由式子引導學生計算 $\frac{h+x}{l+x} = \frac{l+x}{h-l} = 1.618$

所以利用 $\frac{l+x}{h-l} = 1.618$ 求出鞋子的高度 x ，

可以減少未知數也可以簡化計算步驟。

發展活動：1. 複習黃金比例和黃金矩形， $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 。2. 如何利用尺規作圖畫出一線段的黃金比（找出線段的黃金分割點）。3. 說明此作圖為何符合黃金比例分割（圖 7）。

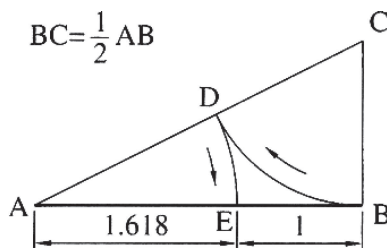


圖 7 黃金比例說明圖

綜合活動：請同學將事先測量的螢幕長和寬畫在空白紙

上，分別利用尺規作圖的方式，分別找出他們的黃金分割點。

課後活動：回家作業，利用今天學到的黃金分割幾何作圖，在白紙上畫出一個和螢幕大小相同的矩形，並試著利用黃金分割的幾何作圖，將此矩形進行井字的黃金分割（圖 8）。

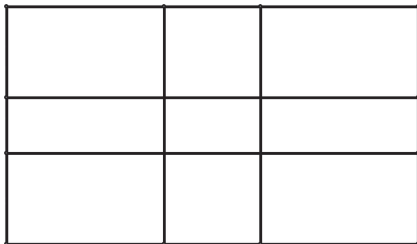


圖 8 黃金分割

第四堂—1

準備活動：（學生）1. 完成前一堂課的作業。2. 將作業給老師檢查後，利用奇異筆筆，將螢幕的井字分割畫在透明投影片上並剪下來。

引導活動：井字構圖的說明（圖 9）。黃金分割比例（亦稱井字構圖）是攝影構圖的入門方法，也是初學者學習構圖的基本架構。在矩形的長寬兩側分別找出黃金分割點，連接分割點後會在畫面中央位置出現四個交叉構成的點，這

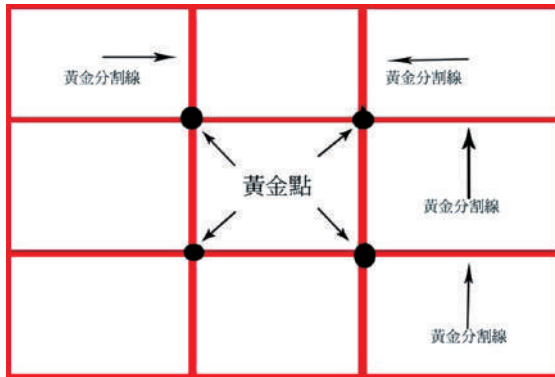


圖 9 井字構圖

是畫面呈現時的視覺重點，只要在取景時將主體放在這四個點上，就可達到視覺強化目的，讓人一眼就能快速識別畫面焦點所在（圖 10-12）。

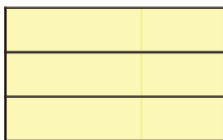


圖 10 三分構圖：營造出遼闊與延伸的氣氛

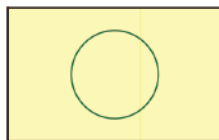


圖 11 中央點構圖：具有集中力最易操作

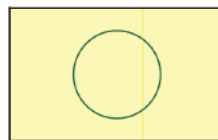


圖 12 中央對稱構圖：讓人從畫面中感到寧靜

課後活動：利用井字構圖的方式去拍攝一位同學，並為自己的作品加上 20 個字以內的說明。

第四堂—2

準備活動：（學生）完成前一堂課的作業，並將照片檔案寄到老師的信箱，或繳交檔案。

綜合活動：請同學上臺分享自己的作品並針對下列的問題回答。1. 設計理念？ 2. 在拍攝時將什麼元素放在井字構圖中？ 3. 照片想呈現被拍者的哪樣特質？ 4. 除了井字構圖外還有用到數學中的那些幾何元素？

實作評量設計

在學生以黃金比例光景窗為基礎的攝影作業之評量設計，除了要考量學生對於使用數學語彙以及驗證的能力，攝影作品呈現的美感也是評量的重點。

評量一：本評量活動旨在學生能以黃金矩形作為攝影構圖的依據。

評量目標：學生能使用黃金矩形觀景窗中拍攝照片，呈現幾何構圖的攝影作品。

評量方式：攝影作品資料蒐集整理、參與討論、課堂問答、實務操作、紙筆作業、上臺分享（表3）。

評量二：本評量活動旨在學生能應用攝影工具與基礎攝影技巧拍出人像作品。

評量目標：學生能在攝影作品中表現課堂所學的攝影技巧，運用觀景窗於作品表現平衡的構圖

表 3 評分規準一

等級	A	B	C	D	E
對應表現標準	能深入闡述自己的作品表現內涵。	能闡述自己的作品表現內涵。	能敘述自己的作品表現內涵。	僅能概略敘述自己的作品表現內容。	未達 D 級
評分規準	學生能充分以數學語言說明分析作品中的幾何元素。能完全呈現出黃金比例構圖的元素表現作品。	學生能以數學語言說明作品中的幾何元素。能大致呈現出黃金比例構圖的元素表現作品。	學生以數學語言描述作品中的幾何元素。能概略表現黃金比例構圖的元素表現攝影作品。	學生僅能嘗試描述作品中的幾何元素。嘗試運用黃金比例構圖於攝影作品。	未達 D 級

及呈現適當的光影效果。

評量方式：分組合作、實務操作、媒材應用、實際作品、呈現發表（表 4）。

四、課後共同評估期

在課程結束後的評估，最令實驗團隊振奮的是學生熱烈的回饋，而且是主動直接的。學生首先對於數學能夠如此貼近生活，還能用數學的角度去做感覺挑戰很大的藝術鑑賞十分佩服；教師的佈題：黃金比例選美大

表 4 評分規準二

等級	A	B	C	D	E
對應表現標準	能充分運用適當媒材技法來表現自己的作品	能運用適當媒材技法來表現自己的作品	僅能大致使用媒材技法來表現自己的作品	僅能嘗試採用媒材技法來表現自己的作品	未達 D 級
評分規準	能在作品中充分表現課堂所學的攝影技巧，精熟於作品的構圖取景的平衡和光影處理。	能在作品中表現出課堂所學的攝影技巧，大致能將之表現於作品的構圖取景的平衡和光影處理。	在作品中概略表現課堂所學的攝影技巧，表現於作品的構圖取景的平衡和光影處理。	嘗試在作品中表現課堂所學的攝影技巧。	未達 D 級

會、黃金分割拍攝人像，又碰觸到青少年流行文化中的偶像崇拜及手機拍照。所以學生光是在聯絡簿上的回饋就清楚呈現了學習數學原來可以這麼有趣、這麼實用。

至於學校實驗團隊的課後討論，也一致推崇數學老師的安排設計，也幸好本次實驗對象：八年級學生已從七年級由蘇老師任課至今，班級經營及學習氛圍已有建立一段時日，因此學習氣氛是熱絡且愉快的。只是回到最現實的教科書內容問題，畢竟數學科有教學進度、定期評量的時間壓力，單從八年級下學期教科書的內容看，可以發揮的空間實為有限，但是這個實驗課程，未

來可以考慮設計成在每個單元的幾分鐘加入此種跨領域的元素，提升學生的學習動機與興趣。

肆、學習成果

學生作業與作品（圖 13-20）：

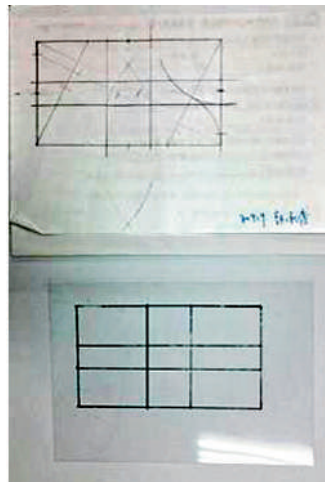
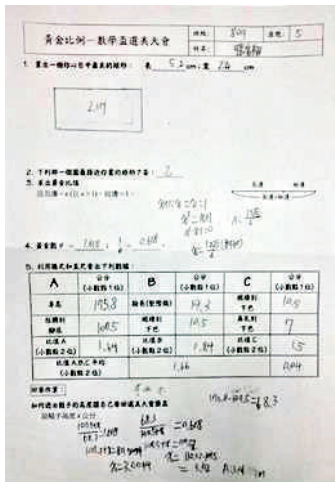


圖 13 數學盃選美大會學生在課堂中開黃金比例的計算方式，並兩兩分組測量自己的數值與黃金比例的差距。學生在課堂中解開黃金比例的計算方式，並兩兩分組測量自己的數值與黃金比例的差距

圖 14 自製黃金矩形觀景窗貼學生以尺規作圖，在透明投影片中畫出符合自己攝影器材螢幕尺寸之黃金矩形，作為攝影構圖的輔助基準



圖 15 應用自製觀景窗貼拍照。學生以自製觀景窗貼為輔助，用手機拍攝人物

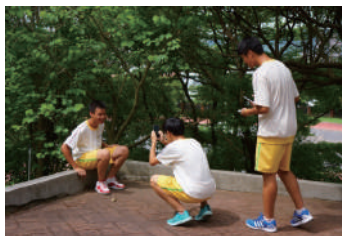


圖 16 分組拍攝作業。學生以本校校園為背景進行同學人像攝影，並依學校規定申請使用手機拍攝

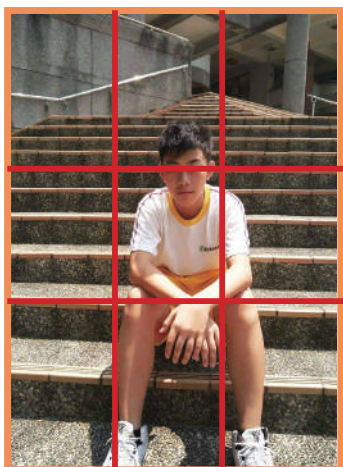


圖 17 學生人像攝影作品一：設計人物姿勢為攝影焦點

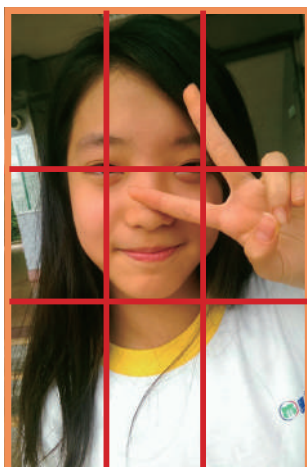


圖 18 學生人像攝影作品二：搭配手勢形成視覺焦點的人物特寫

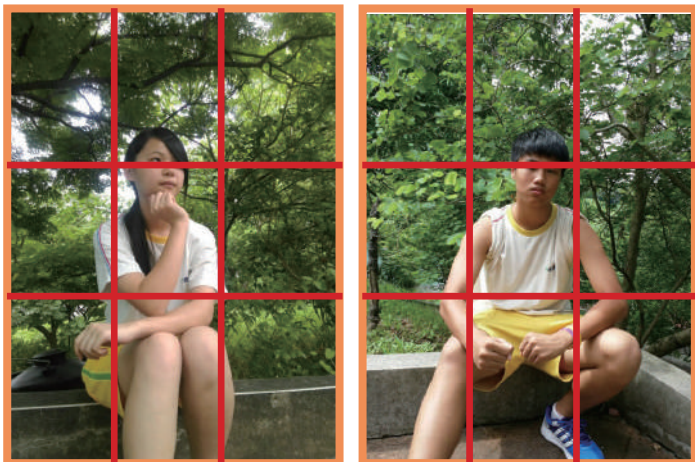


圖 19 學生人像攝影作品三：此為 c 等級作品，建議人物可以左移以配合人物的視線

圖 20 學生人像攝影作品四：此為 c 等級作品，建議人物位置上移可以拍攝到右腳拉長比例，而其手勢亦可成為視覺焦點

學生課後回饋

- 809 班陳怡蓁同學

美的定義其實是一種主觀的想法，畢竟每個人的觀點都不同，但經過這堂課後，讓我學到如何以數學的角度定義美，也就是用黃金比例「1.618」去看事物，這時我才發現，我們生活周遭有許多東西都是利用此比例去設計，就連帥哥美女都符合這個比例，真是太神奇了！

- 809 班鍾依耘同學

在數學課，我們學到了「黃金矩形」，也選出了最

漂亮的人。上完這次的課，我發現黃金比例其實大量應用在生活中。大至門窗，小至商業MARK，還有些名畫，當中都用了「黃金矩形」。以看「黃金」的方式去看生活周遭常見的物件，更多了一些樂趣呢！也知道自己要符合「黃金比例」，需要將鞋子增加8公分，腿好像太短了哈哈！

• 809 班陳姿凝同學

今天的數學課非常的不一樣，因為後面不但坐了很多老師（公開觀摩課），還學到「黃金比例」1.618。我不知道原來「黃金比例」可以運用在那麼多生活上，原來，很多明星的臉也都可以是「黃金比例」。其實，我覺得黃金比例是很神奇的，它也是「最美的比例」，所以如果真能將它運用在自己的生活中，一定很厲害！

• 809 班王勁雲同學

今天數學課來了好多人（公開觀摩課），我們在算黃金比例，覺得非常地有趣，而且我居然還是最接近黃金比例的人，實在很有趣。但我有個問題，九頭身的人都符合黃金比例，還是黃金比例的人都是九頭身？我好像九頭身耶（ $176.8 \div 18 = 9.8$ ）！謝謝媽媽把我生得這麼好：)

• 809 班許偉哲同學

今天的數學課讓我知道什麼是「黃金比例」！原來我們生活周遭也有很多東西是利用黃金比例去畫出來的！還有今天的選美比賽，最後是由王勁雲獲得第一

名！只可惜我再長高一點就可以更接近黃金比例。

- 809 班柳韋辰同學

黃金比例真的還不賴萬用，可以從古時候名畫的畫像一直到現在的 LOGO，真是一個為大的發現。

- 809 班謝宜綦同學

今天的我們變成了實驗的白老鼠（公開分享會），這次老師要教我們的是黃金比例，原來最美的比例是 1.618！！幾乎知名廠牌 logo 都是按照 1.618 的比例製作而成的。而王勁雲則是我們經過選美計算過後產生的班花，大家好像很羨慕的樣子，我要再長 2 公分！

伍、教學省思與推廣建議

本實驗循環為導師任課，在學生的學習方法、態度已先行建立的基礎下，學生的學習動機與學習效果都頗具成效，容易看到有關本課程實施的主動回饋反映。也因為本單元有別於一般純講述式的教學方式，學生表示能用數學語彙證明藝術品的美感是暨生活化又有趣的課堂，而且實作又是青少年最愛的拍照，更提升了學習意願、配合度。

藝文召集學校有所尷尬，因為畢竟課程設計主體是其他學科，要找到校內願意投入的學科教師實屬難得，卻也是很珍貴的課堂研究經驗。數學科有其進度、定期評量的時間壓力，故跨領域課程亦要考量到與現行

課程接軌為原則，可以發揮的空間也因此受限。藝術領域老師因為已有課程規劃亦並未列入實驗團隊而無法配合給予相關藝術的教學。以推廣理念的觀點及目前的教學趨勢，教師普遍對課堂實務較有興趣（具體回饋公開課收穫最大），而非從教案文件表格的堆砌中摸索（圖 21）。

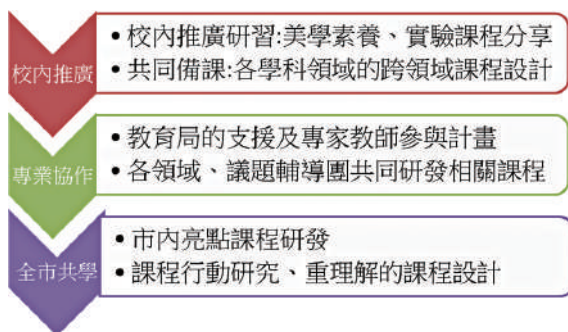


圖 21 跨領域實驗課程推廣流程圖

本單元為數學科與視覺藝術科之跨領域協同，數學中的模式之美（pattern）正巧對應到視覺藝術美的原理原則中的「秩序」之美及「比例」之美等，有許多的藝術作品皆可用數學來解釋其美感，例如文藝復興時期的作品。

依據本單元所運用到的元素（比例），音樂課可以談到音律背後的比例及分數乘法，表演藝術課則可探討用井字分析法來解釋舞臺空間中的上、中、下舞臺位置。

黃金比例、黃金分割在自然界與人類生活中隨處可見，也因此跨領域教學的層面亦可延伸至自然科、生活與科技等，透過觀察與實作能讓學生更理解數學與美感。

參考資料

師大數學系非想非非想數學網（2015）。<http://pisa.math.ntnu.edu.tw/>

從布列松的作品中學習構圖部落格（2015）。<http://streetphotography.thisisethan.com/2012/10/09/%E5%BE%9E%E5%B8%83%E5%88%97%E6%9D%BE%E7%9A%84%E4%BD%9C%E5%93%81%E5%AD%B8%E8%A1%97%E9%A0%AD%E6%94%9D%E5%BD%B1/>

李維歐（2014）。**黃金比例：1.618... 世界上最美的數字**（新版）。臺北市：遠流。

侯俊耀（2014）。**人像構圖美學**。臺北市：碁峰資訊。

作者簡介



姓名：張綺真

現職：新北市立竹圍高中視覺藝術科教師
新北市國教輔導團藝術與人文輔導
小組專任輔導員

學歷：國立臺灣師範大學美術學系
國立臺北藝術大學藝術與人文教育
研究所進修

專長：藝文學習共同體教學、藝文評量、
藝術跨領域教學、藝術服務學習
校本課程規劃

經歷：竹圍高中國中部導師、資料組長、
訓育組長、輔導主任
新北市國教輔導團藝文輔導小組輔
導員

著作：〈班級經營調色盤〉藝術與人文班
級經營手冊，幼獅出版社，91